

УДК 656.61.052

СОКРАЩЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СУДНА В БОРТОВОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЕ

Зинченко С. Н., к.т.н., старший преподаватель кафедры управления судном Херсонской государственной морской академии, e-mail: srz56@ukr.net;

Маменко П. П., старший преподаватель кафедры управления судном Херсонской государственной морской академии, e-mail: pavlo.matenko@gmail.com;

Грошева О. А., старший лаборант кафедры управления судном Херсонской государственной морской академии, e-mail: olgamelyaeva@gmail.com

Целью работы является разработка упрощенной математической модели судна с минимальным временем численного интегрирования для ее использования в бортовом вычислителе в качестве инструмента метода пристрелки в задачах оптимального управления, а также для решения других прикладных задач. Поставленная цель достигается уменьшением размерности математической модели до 6-ти дифференциальных уравнений и одновременным увеличением шага интегрирования, при условии сохранения приемлемой точности и устойчивости модели. Разработанные алгоритмы могут быть применены в модуле синтеза оптимального управления движением судов, других задачах управления, решаемых в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: объект управления, система управления, математическая модель, числовое интегрирование.

Вступление. Модель – это создаваемый в целях получения информации специфический объект-заменитель, отражающий свойства объекта-оригинала, существенные для решаемой задачи. Независимо от природы объекта, характера решаемой задачи и способа реализации модель всегда представляет собой информационное образование. Модели могут применяться как инструмент для понимания действительности, обучения и тренажа, а также в качестве инструмента прогнозирования. После появления вычислительной техники широкое применение нашли математические модели, которые позволяют с относительно небольшими материальными затратами исследовать физический процесс, изучить его основные свойства. Со временем, математические модели стали использоваться также для исследования и совершенствования управления техническими системами и применяться в автоматических системах управления (АСУ) как на стадии проектирования, так и на стадии эксплуатации [9–11]. Для решения задач управления моделируются процессы, происходящие в управляемой и управляющей системах. Модель в этом случае входит как структурный элемент в проект АСУ. В такой модели различают условия нормального функционирования (управление по каналам прямой и обратной связей, статическую и динамическую оптимизацию, адаптивное управление, групповое управление) и критические ситуации, когда некоторые элементы программного управления могут зависеть от состояния системы и значений параметров.

В настоящей статье рассматриваются вопросы синтеза математической модели судна, используемой в бортовом вычислителе, для решения задач управления. Одной из таких задач, например, является задача оптимального управления движением с заданными граничными условиями [1]. К данной задаче сводятся многочисленные практические задачи маневрирования при проведении операций спасения, дальнего подхода к объекту швартовки, в том числе подвижному, другие задачи. Одним из методов решения задач оптимального управления с закрепленными концами есть метод пристрелки [6], использующий в качестве инструмента математическую модель объекта управления, причем, для размерности математической модели объекта управления n требуется совершить $n+1$ выстрел. Ввиду большого количества вычислений, необходимых для реализации метода в реальном масштабе времени, к математической модели предъявляются,

криме требований максимального соответствия объекту управления, также требования максимального быстрогодействия. Поэтому, задача синтеза такой математической модели является актуальной.

Целью настоящей статьи является синтез упрощенной математической модели судна, с достаточной точностью описывающей объект управления и внешние воздействия и позволяющую минимизировать время численного решения задач управления в бортовом вычислителе.

Решение задачи. Структурная схема объектов моделирования представлена на рис. 1. Блок «Объект управления» представляет собой упрощенную математическую модель судна в виде системы 6-ти дифференциальных уравнений, построенных на основе полной системы уравнений, представленных, например, в [2]. Уравнения приведены в системе координат, жестко связанной с объектом управления – связанной системе координат (ССК). Линейные и угловые перемещения ССК записаны относительно географической системы координат (ГСК) $X_g Y_g Z_g$, расположенной в центре масс судна так, что ось X_g направлена вдоль меридиана в сторону севера, Y_g – вдоль параллели к востоку, Z_g – дополняет систему до «правой».

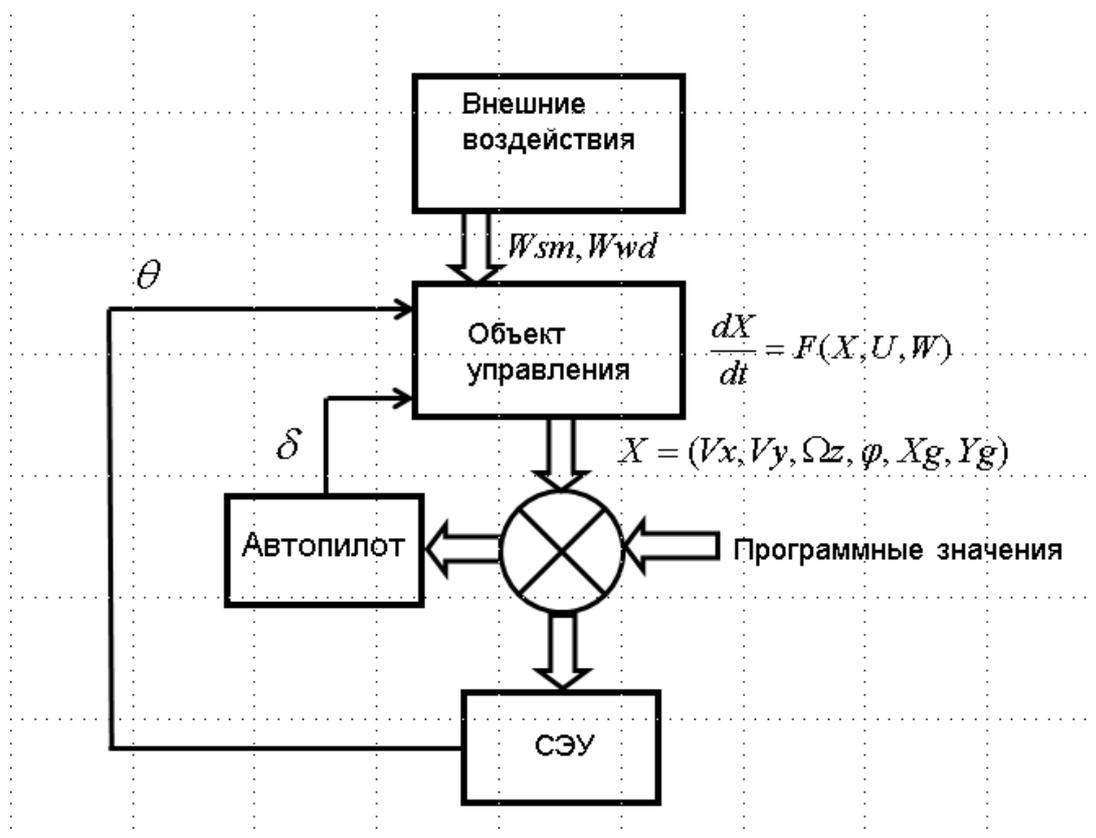


Рисунок 1 – Структурная схема объектов моделирования

На объект управления действуют внешние воздействия в виде ветра течения, которые генерируются в блоке «Внение воздействия»

Параметры вектора состояния объекта управления $X = (V_x, V_y, \Omega_z, \varphi, X_g, Y_g)$ определяются численным интегрированием с использованием метода Рунге-Кутты 4-го порядка. Некоторые из полученных параметров вектора состояния сравниваются с требуемыми программными значениями и их рассогласования подаются на входы Автопилота для формирования угла отклонения руля направления и силовой энергетической установки (СЭУ) для формирования угла отклонения телеграфа.

Упрощенная система дифференциальных уравнений, описывающая поведение объекта управления, с учетом внешних воздействий, представлена ниже.

$$\frac{dV_x}{dt} = [P_x(\theta) - R_x + (m + \lambda_{22})V_y\Omega_z] / (m + \lambda_{11}); \quad (1)$$

$$\frac{dV_y}{dt} = [R_y - (m + \lambda_{11})V_x\Omega_z] / (m + \lambda_{22}); \quad (2)$$

$$\frac{d\Omega_z}{dt} = [M_z + M_z u(\delta) - (\lambda_{22} - \lambda_{11})V_y V_x] / (I_z + \lambda_{66}); \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega_z; \quad (4)$$

$$\frac{dX_g}{dt} = V_x \cos \varphi - V_y \sin \varphi; \quad (5)$$

$$\frac{dY_g}{dt} = V_x \sin \varphi + V_y \cos \varphi \quad (6)$$

или в векторной форме

$$\frac{dX}{dt} = f(X, U),$$

Где $X = (V_x, V_y, \Omega_z, \varphi, X_g, Y_g)$ – вектор состояния математической модели; $U = (\theta, \delta)$ – вектор управления $f(X, U) = [f_1(X, U), f_2(X, U), f_3(X, U), f_4(X, U), f_5(X, U), f_6(X, U)]$ – вектор-функция правых частей уравнений (1–6), где m – масса судна, $\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{66}$ – присоединенные массы воды, $P_x(\theta)$ – сила упора винта, зависит от угла отклонения телеграфа θ , $M_z u(\delta)$ – управляющий момент, зависит от угла отклонения руля направления δ .

В уравнениях (1)–(3) приведены также силы продольного R_x , бокового R_y сопротивления и возмущающего момента M_z с учетом ветра и течения:

$$R_x = R_x(\beta_{sm}, \delta) + R_x(\beta_{wd}, \delta);$$

$$R_y = R_y(\beta_{sm}, \delta) + R_y(\beta_{wd}, \delta);$$

$$M_z = M_z(\beta_{sm}) + M_z(\beta_{wd}).$$

$$R_x(\beta_{sm}, \delta) = C_x(\beta_{sm}, \delta) * \rho_{sm} * \frac{\Delta V_{xsm}^2}{2} S;$$

$$R_y(\beta_{sm}, \delta) = C_y(\beta_{sm}, \delta) * \rho_{sm} * \frac{\Delta V_{ysm}^2}{2} S;$$

$$M_z(\beta_{sm}) = m_z(\beta_{sm}, \delta) * \rho_{sm} * \frac{\Delta V_{sm}^2}{2} S * L;$$

$$R_x(\beta_{wd}) = C_x(\beta_{wd}) * \rho_{wd} * \frac{\Delta V_{xwd}^2}{2} F_a;$$

$$R_y(\beta_{wd}) = C_y(\beta_{wd}) * \rho_{wd} * \frac{\Delta V_{ywd}^2}{2} F_a;$$

$$M_z(\beta_{wd}) = m_z(\beta_{wd}) * \rho_{wd} * \frac{\Delta V_{wd}^2}{2} S * L.$$

$$\Delta V_{sm} = V - W_{sm},$$

$$\Delta V_{wd} = V - W_{wd},$$

где β_{wd}, β_{sm} – соответственно углы дрейфа судна относительно ветра течения, $C_x(\beta_{wd}), C_x(\beta_{sm}, \delta)$ – коэффициенты аэродинамического и гидродинамического сопротивления, $C_y(\beta_{wd}), C_y(\beta_{sm}, \delta)$ – коэффициенты аэродинамической и гидродинамической боковой силы, $mz(\beta_{wd}), mz(\beta_{sm}, \delta)$ – коэффициенты аэродинамического и гидродинамического моментов, ρ_{wd}, ρ_{sm} – плотности воздуха и воды, $\Delta V_{xwd}, \Delta V_{xsm}$ – скорости перемещения судна относительно ветра и течения, S, Fa – площадь поперечного сечения судна под водой и площадь парусности.

Для поддержания заданного курса и траектории движения, регулируемые параметры вектора состояния φ, Ω_z, Y_g сравниваются с их программными значениями $\varphi^*, \Omega_z^*, Y_g^*$ и полученные рассогласования подаются на модель управления курсом (Автопилот), представленной ПИД-регулятором [3–5]:

$$\delta = k\varphi^*(\varphi - \varphi^*) + k\omega^*(\Omega_z - \Omega_z^*) + kI^* \int (Y_g - Y_g^*) dt,$$

где $k\varphi^*, k\omega^*, kI$ – коэффициенты усиления ПИД-регулятора.

Скорость судна зависит от силы упора винта, которая определяется четырьмя положениями телеграфа вперед (0,+25,+50,+75,+90) град и четырьмя положениями телеграфа назад (-25,-50,-75,-90) град.

Результаты исследований. Работа математической модели проверялась численным интегрированием [7–8] системы дифференциальных уравнений (1-6) методом Рунге-Кутты 4-го порядка для шагов интегрирования 0.2, 04, 06, 08, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0 сек. при наличии ветра (скорость 2 м/с, направление западное) и течения (скорость 1м/с, направление встречное), на участках разгона, торможения и циркуляции.

Результаты моделирования в виде графиков изменения во времени параметров вектора состояния и управления на участках разгона-торможения для шагов интегрирования $H=0.2$ сек и $H=3$ сек представлены на рис. 2 и рис. 3 соответственно.

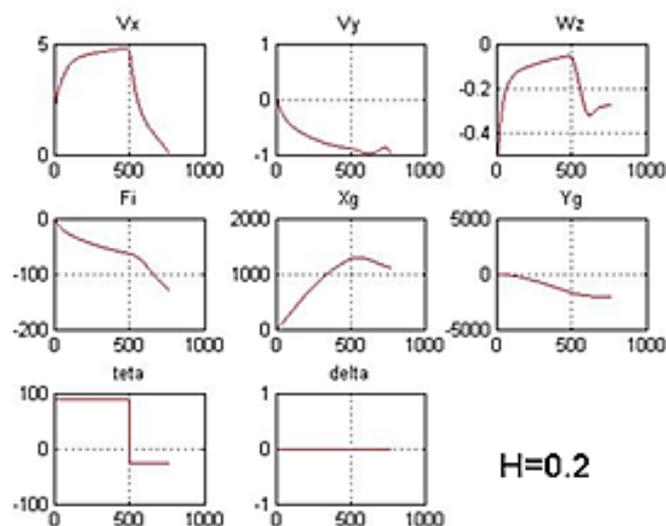


Рисунок 2 – Графики изменения во времени параметров вектора состояния и управления на участках разгона-торможения для шага интегрирования $H=0.2$ сек

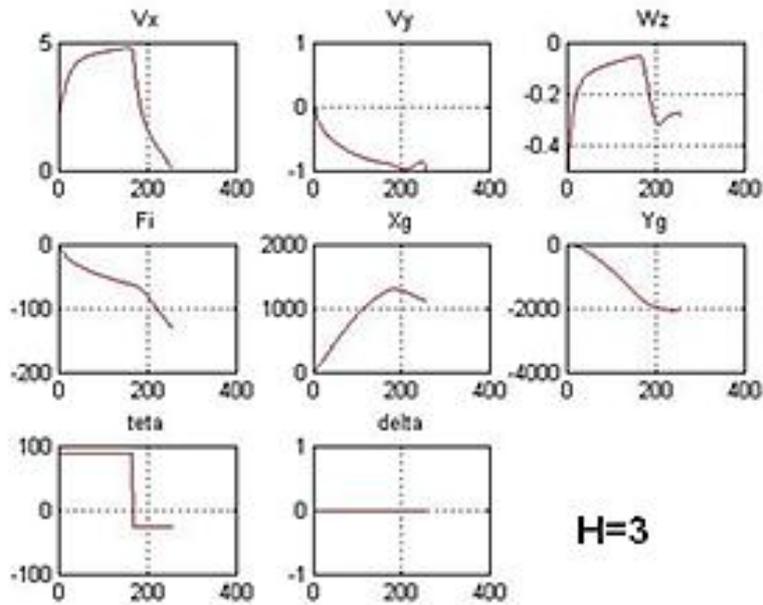


Рисунок 3 – Графики изменения во времени параметров вектора состояния и управления на участках разгона-торможения для шага интегрирования $H=3$ сек.

Результаты моделирования в виде графиков изменения во времени параметров продольного X_g и бокового Y_g смещения судна на участке циркуляции для шагов интегрирования $H=0.2$ сек и $H=3$ сек представлены на рис. 4 и рис. 5 соответственно.

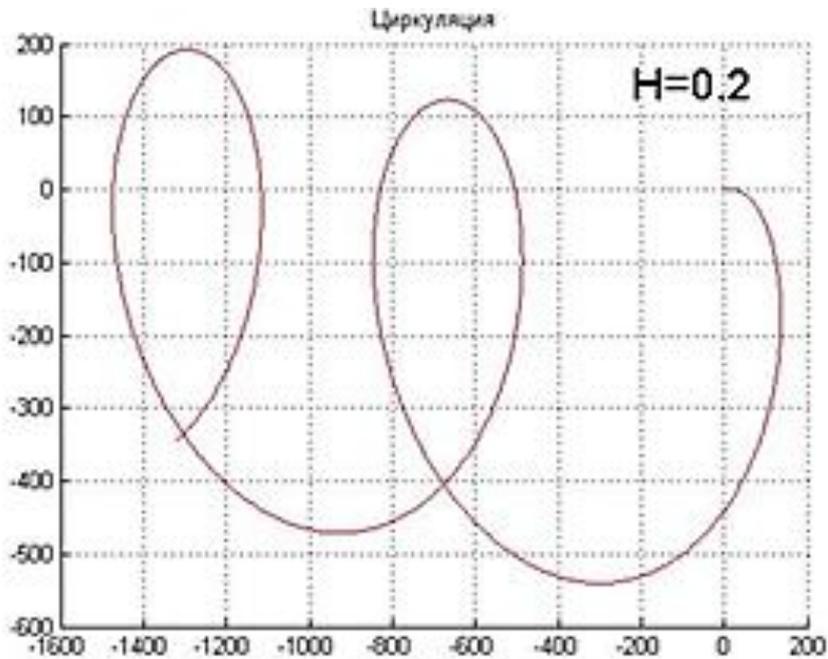


Рисунок 4 – График изменения во времени параметров продольного X_g и бокового Y_g смещения судна на участке циркуляции для шага интегрирования $H=0.2$ сек

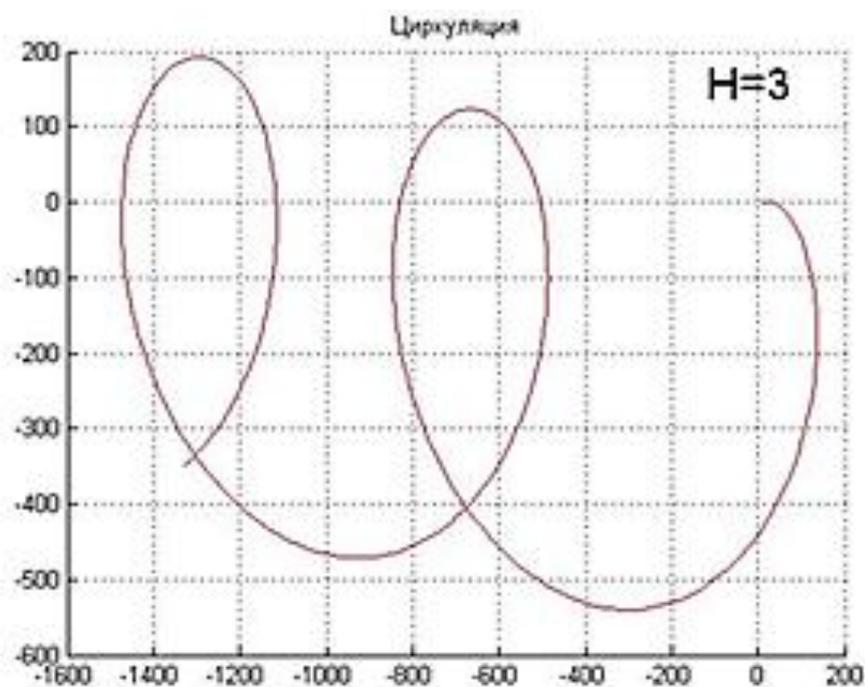


Рисунок 5 – График изменения во времени параметров продольного X_g и бокового Y_g смещения судна на участке циркуляции для шага интегрирования $H=3$ сек

Выводы. Как видно из полученных результатов моделирования, параметры вектора состояния упрощенной модели судна для шагов интегрирования $H=0.2$ сек и $H=3$ сек достаточно хорошо совпадают на всех участках: разгона, торможения и циркуляции. Это обстоятельство позволяет сделать вывод, что за счет увеличения шага интегрирования созданная упрощенная математическая модель позволяет сократить время численного интегрирования в 15 раз ($3/0.2$) на каждой итерации метода Рунге-Кутты, а общее время сокращения времени интегрирования составляет 60. Данная модель может быть использована в бортовом вычислителе как инструмент метода пристрелки при решении задач оптимального управления, а также других прикладных задач в бортовом контроллере.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., Наука, 1969.
2. Navi Trainer 4000. Mathematical models // Technical description. Transas Marine Ltd, 2003. – 104 p.
3. Антонов В.А., Письменный М.Н. Теоретические основы управления судном. – Владивосток : МГУ им.адмирала Г.И.Невельского, 2007. – 78с.
4. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. – 3-е изд., перераб. и доп. – Одесса: Фенікс, 2007. – 328 с.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – С.Петербург., Профессия, 2003. – 750 с.
6. Моршнева И.В., Овчинникова С.Н. Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод стрельбы. –РнД:УПЛ РГУ, 2003.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – Москва : Наука, 1989. – 432 с.
8. Годунов С.К., Рябенкий В.С. Разностные схемы. Введение в теорию. – М. : Наука, 1977. – 439 с.
9. Алексеева Е.В., Кутненко О.А., Плясунов А.В. Численные методы оптимизации: Учебное пособие / Новосиб. ун-т, Новосибирск, 2008. – 128 с.

10. Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах. – Москва : Солон-Пресс, 2009. – 310 с.
11. Вентцель Е. С.. Исследование операций: задачи, принципы, методология. Учебное пособие для втузов. – М.:Высшая школа, 2007.

REFERENCES

1. Pontryagin, L., Boltyanskiy V., Gamkrelidze R. & Mishenko E. (1969) Matematicheskaya teoriya optimalnykh processov. Moskva : Nauka.
2. Transas Marine Ltd (2003). Navi Trainer 4000. Mathematical models. Technical description, 104 p.
3. Antonov V. & Pismennyj M. (2007). Teoreticheskie osnovy upravleniya sudnom. Vladvostok : MGU im.admirala Nevelskogo. 78 p.
4. Vagushenko L.& Cimbali N. (2007). Sistemy avtomaticheskogo upravleniya dviganiem sudna. – 3-e izd., pererab. i dop. Odessa : Feniks. 328 p.
5. Besekerskiy V. & Popov E. (2003). Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya. S.Peterburg : Professiya. 750 p.
6. Morshneva I. & Ovchinnikova S. (2003). Chislennoe reshenie kraevih zadach dlya obyknovennykh differentsialnykh uravnenij. Metod strelby. RnD : UPL RGU.
7. Samarskiy A. & Gulin A.(1989). Chislennye metody. M. : Nauka. 432 p.
8. Godunov S. & Ryabenskiy V.(1977). Raznostnye shemy. Vvedenie v teoriyu. M. : Nauka. 439 p.
9. Alekseeva E., Kutnenko O. & Plyasunov A. (2008). Chislennye metody optimizacii: uchebnoe posobie dlya vtuzov. Novosibirsk: Novosib.univer.128p.
- 10.Struchenkov V. (2009). Metody optimizacii v prikladnykh zadachah. M.:Solon-Press. 310 p.
- 11.Ventcel E. (2007). Issledovanie operaciy: zadachi, principy, metodologiya. Uchebnoe posobie dlya vtuzov. M.:Visshaya shkola.

Зінченко С. М., Маменко П. П., Грошева О. О. СКОРОЧЕННЯ ЧАСУ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СУДНА У БОРТОВОМУ ОБЧИСЛЮВАЧІ

Метою роботи є розробка спрощеної математичної моделі судна з мінімальним часом числового інтегрування для її використання у бортовому обчислювачі у якості інструмента метода пристрілки в задачах оптимального управління, а також для вирішення інших прикладних задач. Поставлена ціль досягається зменшенням розмірності математичної моделі до 6-ти диференціальних рівнянь та одночасним збільшенням шагу інтегрування, при умові збереження заданої точності та стійкості моделі. Розроблені алгоритми можуть бути використані у модулі синтезу оптимального управління рухом суден, інших задачах управління, що вирішуються у реальному масштабі часу.

Ключові слова: об'єкт управління, система управління, математична модель, числове інтегрування.

Zinchenko S. N., Mamenko P. P., Grosheva O. A. REDUCTION OF THE TIME OF NUMERICAL INTEGRATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE VESSEL IN THE ON-BOARD CALCULATOR

The aim of the work is developing a simplified mathematical model of a vessel with minimal numerical integration time for its use in an onboard computer as a tool for the shooting method in optimal control problems, as well as for solving other applied problems. The goal is achieved by reducing the dimension of the mathematical model to 6 differential equations and simultaneously increasing the integration step, while maintaining the accepted accuracy and stability of the model. The developed algorithms can be applied in the synthesis module of the optimal control of the movement of vessels, other control problems solved in real time.

Keywords: control object, control system, mathematical model, numerical integration.

© Зінченко С. М., Маменко П. П., Грошева О. О.

Статтю прийнято
до редакції 22.04.18