

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОГО ТА КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ АВТОМОБІЛІВ З АНТИКРИЛОМ

Русанов С. А., к.т.н., доцент, доцент кафедри транспортних систем і технічного сервісу Херсонського національного технічного університету, м. Херсон, Україна, email: ohvpbm@i.ua, ORCID: 0000-0002-1003-4867;

Клюєв О. І., к.т.н., доцент, доцент кафедри транспортних систем і технічного сервісу Херсонського національного технічного університету, м. Херсон, Україна, email: kluevoi@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6803-0706;

Шильцин Я. В., студент Херсонського національного технічного університету, м. Херсон, Україна, email: yaroslav.shyltsyn@gmail.com, ORCID: 0009-0004-1896-3398;

Дроздов М. С., бакалавр з автомобільного транспорту, студент Херсонського національного технічного університету, м. Херсон, Україна, email: mykyta12drozdov.grass816@simplelogin.com, ORCID: 0009-0004-9994-0429.

Стаття стосується особливостей розрахунків аеродинаміки автомобілів з антикрилом. Ставиться та розв'язується питання – наскільки близька до адитивності задача окремого розрахунку антикрила та автомобіля без антикрила. У зв'язку з високою нелінійністю рівнянь Нав'є-Стокса, і тим більше з врахуванням додаткових рівнянь моделей турбулентності, повна адитивність, звичайно, відбуватися не може. Однак це питання важливе, особливо враховуючи той факт, що виробники антикрил як додаткових навісних елементів, вказують очікувані значення притискної сили, які отримані для антикрила без врахування взаємного впливу системи «автомобіль – антикрило». Для вирішення цього питання нами було проведено серію чисельних розрахунків засобами CFD, що відповідають експериментам в аеродинамічній трубі. Розрахунки виконувались на основі рішення зовнішньої аеродинамічної задачі з використанням $k-\epsilon$ моделі турбулентності. Послідовно вирішувалась задача обтікання автомобіля без антикрила, безпосередньо самого антикрила, та автомобіля з антикрилом, після чого результати порівнювались. За результатами розрахунків встановлено, що притискна сила антикрила, встановленого на автомобіль, більша, ніж притискна сила антикрила встановленого у вільному потоці. Аналогічно, аеродинамічний опір антикрила, що встановлене на автомобіль, більший, ніж аеродинамічний опір антикрила, що встановлене у вільному потоці. Вказані особливості є результатом коригування картини течії в присутності автомобіля, при цьому швидкість повітря, що надходить на антикрило, у присутності автомобіля більша, ніж відповідна швидкість у вільному потоці. Окрім того, у просторі між антикрилом та кузовом автомобіля спостерігається значне вихорутворення, що знижує тиск позаду антикрила та у вказаному просторі, тим самим збільшуючи відповідні сили у порівнянні з їх значенням у вільному потоці.

Ключові слова: аеродинаміка; турбулентність; автомобіль; антикрило; притискна сила.

DOI: 10.33815/2313-4763.2025.1.30.237-246

Вступ. Точне прогнозування аеродинамічних характеристик транспортних засобів, особливо у контексті використання додаткових навісних елементів, таких як спойлери, сплітери, юбки, дифузори, антикрила, є сучасною актуальною задачею [1]. Вказані елементи використовують для удосконалення аеродинамічних властивостей автомобілів, що завжди було одним з ключових напрямів сучасного інженерного проєктування, особливо в галузі спортивного та високошвидкісного транспорту [2–4]. Ці конструктивні елементи здатні суттєво змінювати розподіл тиску навколо автомобіля, впливаючи на притискну силу, а отже на керованість і стабільність руху на високих швидкостях. У зв'язку з цим актуальним є питання адекватного моделювання взаємодії між основним кузовом автомобіля та встановленим антикрилом [5, 6].

Аналіз публікацій. Проблематика аеродинаміки автомобіля та впливу окремих аеродинамічних елементів, зокрема антикрил, на загальні характеристики потоку повітря та сили, що виникають при русі, розглядається у значній кількості праць, як класичних, так і сучасних. Відомі фундаментальні роботи [4, 5, 7] містять узагальнені підходи до оцінки аеродинамічного опору та притискної сили, розглядають вплив форми кузова, висоти дорожнього просвіту та наявності додаткових елементів. Специфіка сучасного

математичного та комп'ютерного CFD моделювання стосовно вирішення задач аеродинаміки автомобіля викладена в роботах [8–10]. Аналіз ефективності впливу навісних зовнішніх елементів за допомогою розрахунків у CFD-системах викладено в [11, 12]. Безпосередньо тематика антикрил та спойлерів стосовно симуляції їх аеродинамічного впливу засобами САЕ розглядається в [13–15]. Загалом, акцент на ефективності та актуальності чисельного моделювання аеродинамічних аспектів сучасних транспортних засобів у проєкції на енергоефективність та паливну економічність підіймається в роботах [6, 9], безпеку, екологічність – [11, 16]. Проте безпосередньо питання адитивності ефектів при роздільному розрахунку антикрила і кузова лишається недостатньо вивченим. Вказане питання є достатньо важливим, особливо враховуючи те, що виробники антикрил, як додаткових навісних елементів, вказують очікувані значення притискної сили, які отримані для антикрила без врахування взаємного впливу системи «автомобіль – антикрило». Це питання і планується висвітлити в даній роботі.

Метою роботи є дослідження впливу взаємодії між автомобілем і антикрилом на аеродинамічні характеристики транспортного засобу шляхом чисельного моделювання з аналізом притискної сили та аеродинамічного опору в умовах, що моделюють експерименти в аеродинамічній трубі з використанням $k-\varepsilon$ моделі турбулентності, а також оцінка ступеня адитивності при окремому розрахунку аеродинаміки антикрила та автомобіля без антикрила.

Завдання роботи:

- реалізувати чисельне моделювання обтікання окремих позицій, а саме: автомобіля без антикрила, окремо антикрила у вільному потоці, автомобіля з встановленим антикрилом;
- проаналізувати розподіли швидкості, тиску та структуру течії у зонах взаємодії потоку з антикрилом і кузовом;
- порівняти результати розрахунків притискної сили та аеродинамічного опору в кожному випадку;
- оцінити ступінь відхилення результатів сумарного моделювання від умовної адитивності при роздільному обчисленні;
- зробити висновки щодо доцільності використання роздільних розрахунків при інженерному аналізі аеродинамічної ефективності антикрил як навісних елементів.

Виклад основного матеріалу. Для вирішення завдання роботи щодо оцінки сумарного ефекту системи «автомобіль – антикрило» за допомогою послідовного моделювання окремих компонентів нами була проведена серія сесій продувки віртуальної моделі автомобіля, антикрила, та повної системи «автомобіль – антикрило». Комп'ютерне моделювання обтікання автомобіля проводилось шляхом імітації набігання повітряного потоку на транспортний засіб із фіксованою швидкістю 45 м/с (≈ 160 км/год), що відповідає віртуальній моделі аеродинамічної труби. Для реалізації цього підходу було створено тривимірну геометричну концепт-модель автомобіля (рис. 1). З моделі, призначеної для аеродинамічного розрахунку, було вилучено дрібномасштабні елементи, оскільки вони істотно ускладнювали б побудову сітки скінченних об'ємів. Вказана stl-модель була занурена в просторову область навколо неї, в якій здійснювався розрахунок продувки, при цьому у зв'язку з симетрією задачі розрахунок проводився тільки для половини моделі за площиною симетрії (рис. 2).

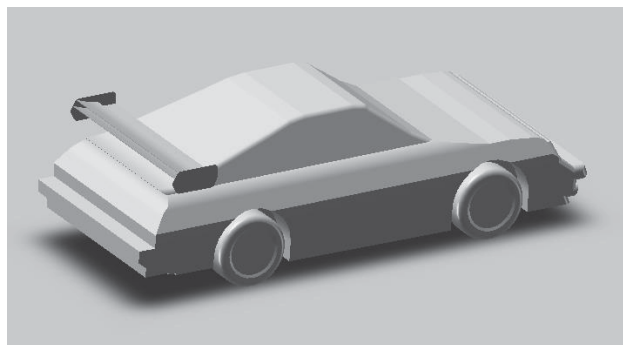


Рисунок 1 – Базова версія геометрії автомобіля з встановленим антикрилом

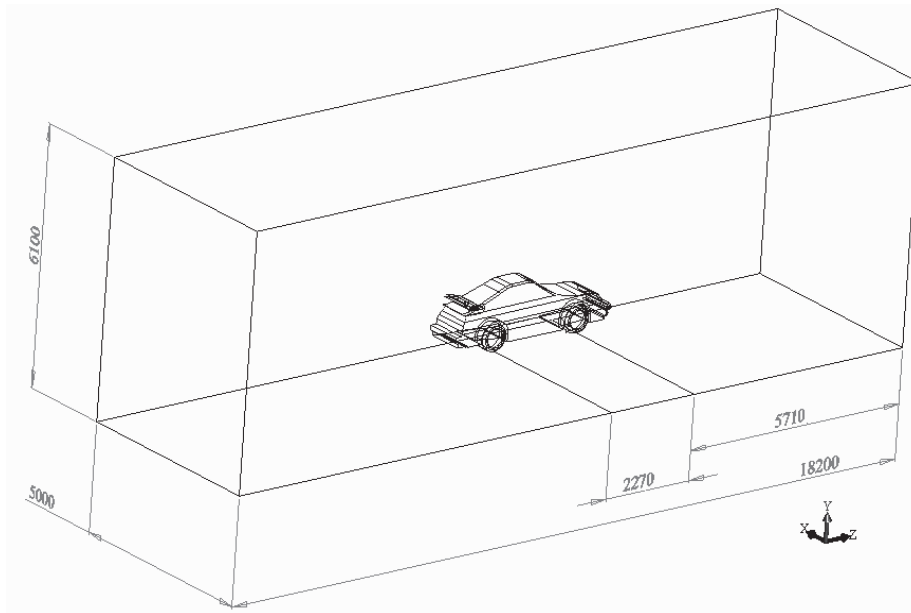


Рисунок 2 – Обчислювальна область із характерними розмірами

Поставлена задача відповідає зовнішній задачі аеродинаміки, тобто задачі моделювання зовнішніх течій, де обмежувальні умови накладаються на віддалені межі обчислювального домену, що імітує нескінченне середовище. Відповідно до цього просторова область, в якій проводилося чисельне моделювання, формувалась у реальному масштабі, як ортогональний домен розміром $18 \times 6 \times 5$ м. Розміри домену, що зайнятий повітрям, є функцією колісної бази та визначалися орієнтовно за рекомендаціями [12] таким чином, щоб адекватно змодельовати аеродинамічний слід позаду автомобіля, та вловити випрямлення ліній току зверху та збоку транспортного засобу. Достатньо велика протяжність області дозволяє уникнути штучного впливу граничних умов на результати моделювання, особливо в зоні низьких швидкостей та збуреного потоку. Такий стандартний підхід забезпечує фізично обґрунтоване відображення структури течії повітря для зовнішньої задачі та дозволяє більш точно оцінити розподіл тиску на поверхні кузова. Домен, що моделює кузов транспортного засобу надалі віднімався з домену моделюючого вільний простір булевськими операціями.

В якості антикрила використовувалась модель фіксованого антикрила (Fixed Wing) плоско-випуклого профілю. Цей профіль дозволяє створити значне притискне зусилля, при цьому відповідна модель потребує відносно незначних машинних витрат на побудовання сітки та чисельні розрахунки. Стійка антикрила спрощено моделювалась прямокутним профілем. Характерні габаритні розміри профілю антикрила показані на рис. 3.

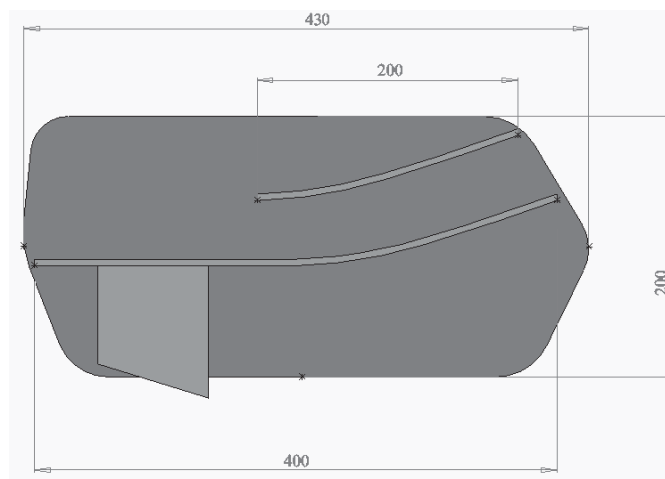


Рисунок 3 – Профіль антикрила з характерними розмірами

Для чисельних розрахунків застосовано неструктуровану сітку скінченних об'ємів, здатну адаптуватися до геометрії будь-якої складності. Ефекти пограничного шару враховувалися за допомогою інфляційного впровадження призматичних комірок по всьому кузову транспортного засобу разом з навісними елементами, що забезпечує адекватне врахування градієнтів швидкості в області пограничного шару відповідно до підходу функції стінки. Шар вказаних комірок складався з 5 елементів зі швидкістю росту 1,2 і постійною висотою першого шару 1,5 мм на стінці кузова з контролем параметру y^+ при подальших розрахунках. Були створені окремі сітки для кузова автомобіля та додаткові аеродинамічні елементи, які пізніше накладені один на одного. Згущення сітки проводилось для високоградієнтних зон, а саме зон близьких до антикрила та зони під днищем автомобіля.

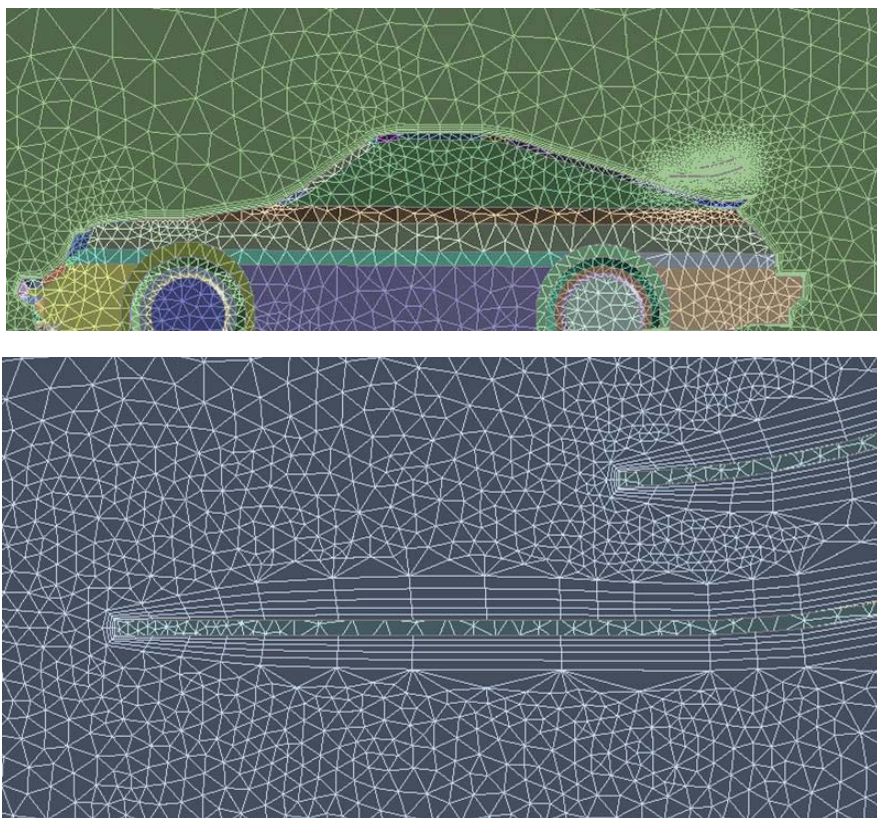


Рисунок 4 – Сітка скінченних об'ємів із шаром призматичних комірок

Для розрахунків нами було використано $k-\varepsilon$ модель турбулентності [17]. Задача вирішувалась у стаціонарній постановці, якій відповідають рівняння нерозривності (1) та руху (2) (проводиться підсумовування за повторюваними індексами):

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} p^* + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_\varepsilon \tau_{ij}) + f_i, \quad (2)$$

де

$$p^* = p + \frac{2}{3} \rho k, \quad \tau_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad v_\varepsilon = \nu + \nu_t,$$

ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості повітря, $\text{м}^2/\text{с}$, ν_t – турбулентна в'язкість, $\text{м}^2/\text{с}$, k – питома кінетична енергія турбулентності, $\text{м}^2/\text{с}^2$, u_i – осереднені компоненти вектора швидкості в декартовій системі координат, $\text{м}/\text{с}$, p – осереднений тиск, Па, f_i – вектор масових сил, $\text{м}/\text{с}^2$.

Додаткові рівняння $k-\varepsilon$ моделі турбулентності мають вигляд балансових рівнянь для питомої кінетичної енергії турбулентності та швидкості дисипації турбулентної енергії (3–5):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(k u_j - \nu_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = H_k; \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\varepsilon u_j - \nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) = H_\varepsilon; \quad (4)$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{k}{\varepsilon}, \quad (5)$$

де ε – швидкість дисипації турбулентної енергії, $\text{м}^2/\text{с}^3$,

$$H_k = G - \varepsilon, \quad H_\varepsilon = C_{\varepsilon 1}^* \frac{\varepsilon}{k} G - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad G = \nu_t \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad C_{\varepsilon 1}^* = C_{\varepsilon 1} - \eta \frac{1 - \eta/\eta_0}{1 + \beta \eta^3}, \quad \eta = \sqrt{\frac{G}{C_\mu \varepsilon}},$$

$$\nu_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}, \quad \nu_\varepsilon = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}.$$

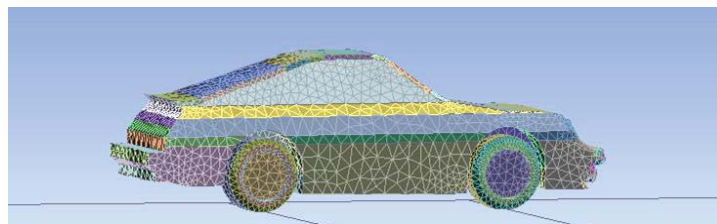
Емпіричні константи в наведених рівняннях дорівнюють:

$$C_\mu = 0,0845, \quad C_{\varepsilon 1} = 1,42, \quad C_{\varepsilon 2} = 1,68, \quad \sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0,72, \quad \eta_0 = 4,38, \quad \beta = 0,015.$$

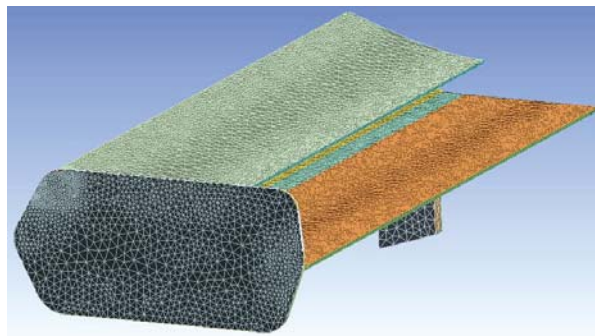
Треба зазначити, що k - ε модель турбулентності дає задовільний збіг з експериментальними даними для областей із розвинутою турбулентністю, а саме, коли виконується $\nu_t \gg \nu$ [17]. Біля стінки кузова автомобіля, де ця оцінка порушується, визначення параметрів турбулентності проводиться у вигляді пристінних функцій.

Граничні умови для обчислювального домену задають швидкість на вході в домен, умови симетрії на бічних і верхній стінках, а також атмосферний тиск на виході з домену. На стінці кузова автомобіля задавалася умова прилипання. Уздовж нижньої стінки домену, що моделює трасу, задавалася умова не проникнення (нульова вертикальна складова швидкості). Додатково до граничної умови швидкості на вході задано рівень турбулентності 5% і просторовий масштаб турбулентності 0,005 м за рекомендаціями [12].

Для вирішення задачі щодо ступеня адитивності при окремому розрахунку аеродинаміки антикрила та автомобіля без антикрила, що покладено в мету роботи, нами була побудована модель того самого автомобіля без антикрила (рис. 5, а) і окремо антикрило (рис. 5, б) за інших рівних умов. Вказані моделі були занурені в той самий домен, що моделює навколишнє повітря розміром $18 \times 6 \times 5$ м.



а)



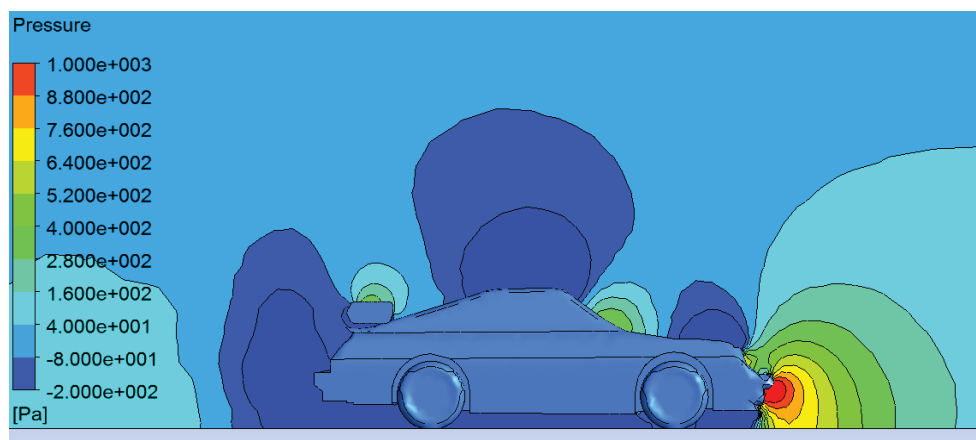
б)

Рисунок 5 – Автомобіль без антикрила (а) та окреме антикрило (б) у повітряному домені

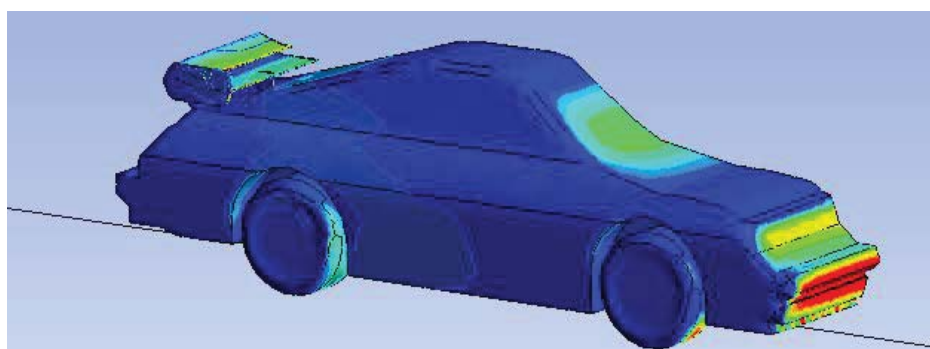
Граничні умови для вказаних моделей аналогічні попереднім.

Результати деяких розрахунків представлено далі у вигляді трасування тисків, ліній току та ізоповерхонь.

Результати та їх обговорення. Розрахункова область для задачі за рис. 4 налічувала понад 2,5 млн скінченних об'ємів.



а)



б)

Рисунок 6 – Трасування тисків у повітряному домені (а) та по кузову автомобіля (б)

Результати чисельного моделювання, представлені у вигляді розподілу тиску навколо автомобіля в повітряному домені та по кузову автомобіля показані на рис. 6, а) та б) відповідно. Бачимо класичну картину розподілу тисків по поверхні автомобіля. У фронтальній частині автомобіля спостерігається зона високого тиску, що зумовлено прямим впливом повітряного потоку на передню поверхню, що є характерною ознакою лобового опору, який відіграє ключову роль у загальному аеродинамічному опорі транспортного засобу. На верхній частині кузова, зокрема в зоні даху, тиск значно знижується, що вказує на прискорення потоку внаслідок ефекту обтікання. Така зміна тиску створює область розрідження, що впливає на підйомну силу. Аналогічна ситуація спостерігається й під днищем автомобіля: там формується область пониженого тиску, яка вказує на реалізацію ефекту притискання. Навколо коліс також видно локальні зони турбулентності з низьким тиском. Ці зони сприяють підвищенню загального аеродинамічного опору. Найбільш виражені вихрові структури спостерігаються у хвостовій частині автомобіля, де повітряний потік відривається від поверхні. Утворена зона низького тиску позаду авто свідчить про наявність відривного потоку, який також сприяє виникненню значного поздовжнього опору. Відзначимо розподіл тиску навколо антикрила – на його верхній поверхні фіксується область підвищеного тиску, тоді як нижня частина перебуває в зоні розрідження, що й обумовлює ефект додаткового притискання. Окремо треба виділити вихрові структури, які утворюються у зазорі між нижньою стороною антикрила та кузовом автомобіля (рис. 7).

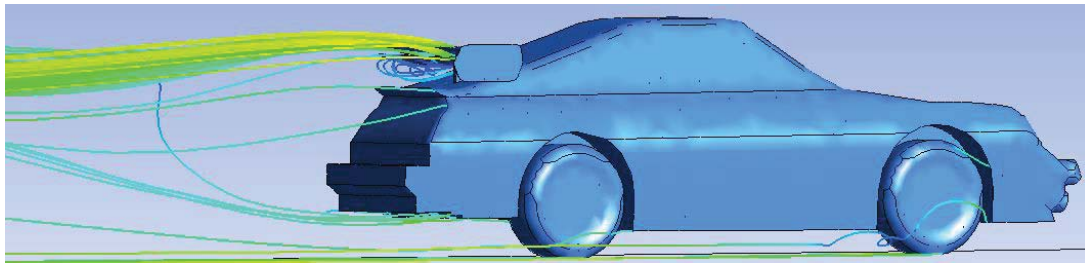


Рисунок 7 – Вихрові структури, що утворюються у зазорі між нижньою стороною антикрила та кузовом автомобіля

Отримані значення аеродинамічного опору автомобіля та притискної сили, що діє на автомобіль, становлять $F_{ac} = 1200$ Н та $F_{ay} = 854$ Н відповідно.

Результати чисельного моделювання аналогічної задачі для автомобіля без антикрила та для антикрила у вільному потоці у вигляді розподілу тисків показано на рис. 8 а) та б) відповідно. Порівняння рис. 6, а) та рис. 8, а) дає розуміння додаткової підвантажуючої дії антикрила на автомобіль. Окрім того, привертає до себе увагу додаткове розрідження позаду антикрила на рис. 6, а), що впливає в зону розрідження позаду автомобіля.

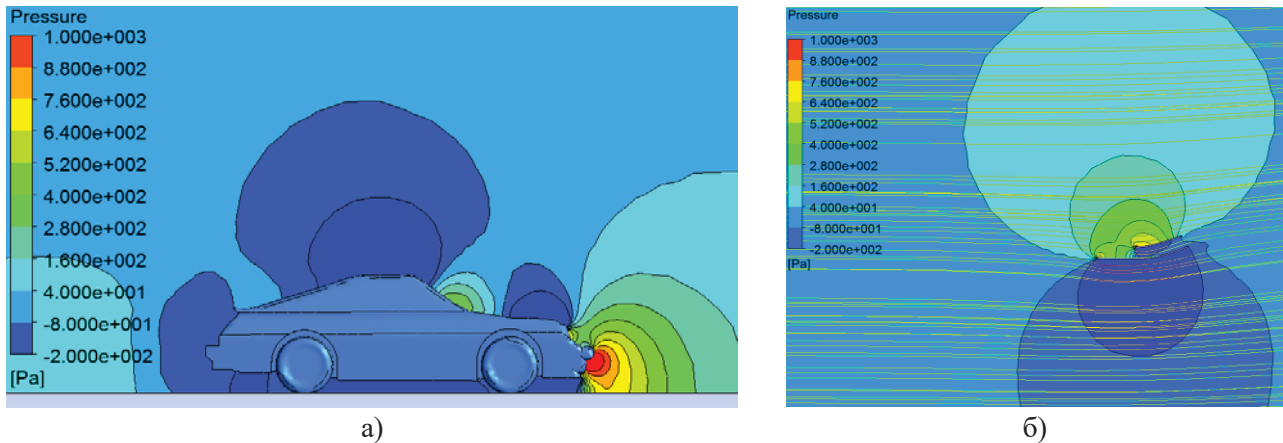


Рисунок 8 – Трасування тисків у повітряному домені для автомобіля без антикрила (а) та для антикрила (повернуто) у вільному потоці (б)

Отримане значення аеродинамічного опору автомобіля без антикрила становить $F_c = 932$ Н. При цьому на автомобіль без антикрила діє незначна підйомна сила $F_y = 222$ Н. Антикрило у вільному потоці має аеродинамічний опір $F_{wc} = 140$ Н та притисну силу $F_{wy} = 966$ Н.

Таким чином маємо відповідні нерівності (6) та (7), які показують, що, як і передбачалося, точна адитивність не виконується.

$$F_c + F_{wc} = 1072 \text{ Н} < F_{ac} = 1200 \text{ Н}, \quad (6)$$

$$-F_y + F_{wy} = 744 \text{ Н} < F_{ay} = 844 \text{ Н}. \quad (7)$$

Похибки майже однакові та становлять $\approx 10\%$ для лобового опору та $\approx 12\%$ для притискної сили. Ці похибки є результатом коректування картини течії в зазорі між антикрилом та кузовом автомобіля, при цьому швидкість повітря, що надходить на антикрило, у присутності автомобіля більша, ніж відповідна швидкість у вільному потоці. Окрім того, у просторі між антикрилом та кузовом автомобіля спостерігається значне вихроутворення (рис. 7), яке відсутнє в тій частині для автомобіля та антикрила окремо (рис. 9), що знижує тиск позаду антикрила та у вказаному просторі, тим самим збільшуючи відповідні сили у порівнянні з їх значенням у вільному потоці.

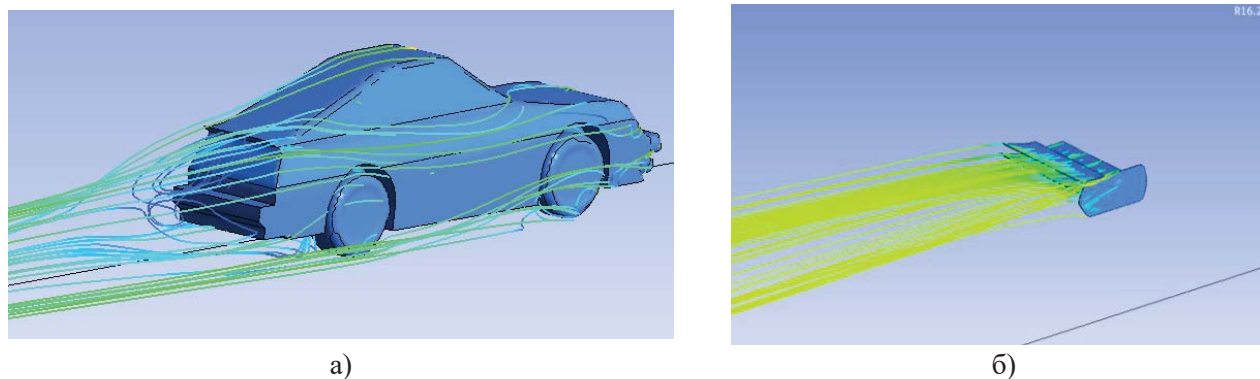


Рисунок 9 – Лінії току при обтіканні автомобіля без антикрила (а) та для антикрила у вільному потоці (б)

Виконані розрахунки підтверджують, що хоча безпосередньо адитивність опорів та притискної сили не виконується, але однак, для орієнтовних розрахунків у першому наближенні гіпотеза адитивності може бути прийнятна з похибкою $\approx 10 \div 12\%$.

Висновки.

1. Наведено результати чисельного моделювання обтікання окремих позицій, а саме: автомобіля без антикрила, окремо антикрила у вільному потоці, автомобіля з встановленим антикрилом. За результатами розрахунків проаналізовано розподіли швидкості, тиску та структуру течії у зонах взаємодії потоку з антикрилом і кузовом. Порівняно результати розрахунків притискної сили та аеродинамічного опору в кожному випадку. Вказане порівняння демонструє, що безпосередньо адитивність опорів та притискної сили не виконується. Використання адитивних розрахунків можливо тим не менш як перше наближення, у цьому випадку гіпотеза адитивності може бути прийнятна з похибкою $\approx 10 \div 12\%$ у бік більших силових факторів для повної задачі, ніж окремих компонентів.

2. Розкрито механізм невиконання адитивності, який, з одного боку може бути сформульований у термінах нелінійності системи рівнянь, що описують турбулентне обтікання автомобіля, з іншого боку, більш наочно він обґрунтовується результатом корегування картини течії в зазорі між антикрилом та кузовом автомобіля, де спостерігається значне вихроутворення, яке відсутнє в тій частині для автомобіля та антикрила окремо, що знижує тиск позаду антикрила та у вказаному просторі, тим самим збільшуючи відповідні сили у порівнянні з їх значенням у вільному потоці.

Напрямки подальших досліджень. Подальші дослідження доцільно спрямувати для накопичення даних щодо похибок гіпотези адитивності для різних кузовів автомобілів і в широкому діапазоні швидкостей, що буде потребувати великої кількості окремих чисельних розрахунків. Вказані дослідження можуть надати окрім числових даних ще й тенденційні закономірності щодо можливостей поліпшення аеродинаміки шляхом зовнішніх навісних елементів для кузовів різних типів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Edgar J. A Century of Car Aerodynamics: the Science and Art of Cars and Airflow. Amazon Digital Services LLC, 2021. 218 p.
2. Волков В. П., Вільський Г. Б. Теорія руху автомобіля: підручник. Суми : Університетська книга, 2010. 320 с.
3. Katz J. Automotive aerodynamics. Chichester: John Wiley & Sons, 2016. 590 p.
4. McBeath S. Competition car aerodynamics: A practical handbook. Haynes Publishing, 2006. 232 p.
5. Katz J. Race car aerodynamics: Designing for speed. Cambridge: Bentley Publishers, 1995. 271 p.
6. Shkvar Y., Kandume J., Redchyts D. The key role of modern aerodynamic trends in

increasing the energy efficiency of high-speed vehicles. *Transport Problems*. 2024. Vol. 19 (1). P. 63–70. <https://doi.org/10.20858/tp.2024.19.1.09>.

7. Hucho W.-H. *Aerodynamics of Road Vehicles*. 4th ed. SAE International, 1998. 918 p.

8. Genta G. *Motor Vehicle Dynamics – Modeling and Simulation*. World Scientific Publishing Company, 2006. 539 p.

9. Zhang Y., Jian J., Wang G., Jia Y., Zhang J. Research on vehicle aerodynamics and thermal management based on 1D and 3D coupling simulation. *Energies*. 2022. Vol. 15, No. 18. P. 6783. <https://doi.org/10.3390/en15186783>.

10. Janson T., Piechna J. Numerical Analysis of Aerodynamic Characteristics of a High-Speed Car with Movable Bodywork Elements. *Archives of Mechanical Engineering*. 2015. Vol. 62, No. 4. P. 451–476.

11. Єгоров А. А., Куличенко П. Н., Русанов С. А., Лобов О. О. Використання деталей складних профілів для зменшення аеродинамічного опору. *Вісник ХНТУ*. 2019. № 3(70). С. 22–30.

12. Piechna J., Kurec K., Broniszewski J., Remer M., Piechna A., Kamieniecki K., Bibik P. Influence of the car movable aerodynamic elements on fast road car cornering. *Energies*. 2022. Vol. 15, No. 3. P. 689. <https://doi.org/10.3390/en15030689>.

13. Roberts L. S., Correia J. J., Mark V., Finnis M. V., Knowles K. Aerodynamic characteristics of a wing & flap configuration in ground effect & yaw. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*. 2015. Vol. 230. P. 841–854. <http://doi.org/10.1177/0954407015596274>.

14. Kurec K., Piechna J. Influence of side spoilers on the aerodynamic properties of a sports car. *Energies*. 2019. Vol. 12. P. 4697. <http://doi.org/10.3390/en12244697>.

15. Szudarek M., Piechna J. CFD analysis of the influence of the front wing setup on a time attack sports car's aerodynamics. *Energies*. 2021. Vol. 14. P. 7907. <http://doi.org/10.3390/en14237907>.

16. Русанов С. А., Шильцин Я. В., Шатохіна І. А., Дроздов М. С. Моделювання аеродинаміки автомобілів з врахуванням антикрила для покращення зчеплення з трасою. *Матеріали XII Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих вчених з автоматичного управління, присвяченої Дню ракетно-космічної галузі України*. Херсон–Хмельницький. 2025. С. 154.

17. Mohammadi B., Pironneau O. Analysis of the K-Epsilon turbulence model. *Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons*, 1994. 205 p.

REFERENCES

1. Edgar, J. (2021). *A century of car aerodynamics: The science and art of cars and airflow*. Amazon Digital Services LLC.

2. Volkov, V. P., & Vilskyi, H. B. (2010). *Teoriia rukhu avtomobilia: pidruchnyk*. Sumy: Universytetska knyha.

3. Katz, J. (2016). *Automotive aerodynamics*. Chichester: John Wiley & Sons.

4. McBeath, S. (2006). *Competition car aerodynamics: A practical handbook*. Haynes Publishing.

5. Katz, J. (1995). *Race car aerodynamics: Designing for speed*. Cambridge: Bentley Publishers.

6. Shkvar, Y., Kandume, J., & Redchyts, D. (2024). The key role of modern aerodynamic trends in increasing the energy efficiency of high-speed vehicles. *Transport Problems*, 19(1), 63–70. <https://doi.org/10.20858/tp.2024.19.1.09>

7. Hucho, W.-H. (1998). *Aerodynamics of road vehicles* (4th ed.). SAE International.

8. Genta, G. (2006). *Motor vehicle dynamics – Modeling and simulation*. World Scientific Publishing Company.

9. Zhang, Y., Jian, J., Wang, G., Jia, Y., & Zhang, J. (2022). Research on vehicle

aerodynamics and thermal management based on 1D and 3D coupling simulation. *Energies*, 15(18), 6783. <https://doi.org/10.3390/en15186783>.

10. Janson, T., & Piechna, J. (2015). Numerical analysis of aerodynamic characteristics of a high-speed car with movable bodywork elements. *Archives of Mechanical Engineering*, 62(4), 451–476.

11. Yehorov, A. A., Kulychenko, P. N., Rusanov, S. A., & Lobov, O. O. (2019). Vykorystannia detaley skladnykh profiliiv dlia zmenshennia aerodynamichnoho oporu [Use of complex-profile parts to reduce aerodynamic drag]. *Visnyk KhNTU*, (3)70, 22–30.

12. Piechna, J., Kurec, K., Broniszewski, J., Remer, M., Piechna, A., Kamieniecki, K., & Bibik, P. (2022). Influence of the car movable aerodynamic elements on fast road car cornering. *Energies*, 15(3), 689. <https://doi.org/10.3390/en15030689>.

13. Roberts, L. S., Correia, J. J., Mark, V., Finnis, M. V., & Knowles, K. (2015). Aerodynamic characteristics of a wing & flap configuration in ground effect & yaw. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 230, 841–854. <https://doi.org/10.1177/0954407015596274>.

14. Kurec, K., & Piechna, J. (2019). Influence of side spoilers on the aerodynamic properties of a sports car. *Energies*, 12, 4697. <https://doi.org/10.3390/en12244697>.

15. Szudarek, M., & Piechna, J. (2021). CFD analysis of the influence of the front wing setup on a time attack sports car's aerodynamics. *Energies*, 14, 7907. <https://doi.org/10.3390/en14237907>.

16. Rusanov, S. A., Shyltsyn, Ya. V., Shatokhina, I. A., & Drozdov, M. S. (2025). Modeliuvannia aerodynamiky avtomobiliv z vrahuvanniam antykryla dlia pokrashchennia shcheplennia z trasoiu. *Materialy XII Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii здобувачив вищої освіти та молодих вчених з автоматичного управління, пристиаченої Дніу ракетно-космічної галузі України* (p. 154). Kherson–Khmelnitskyi: Vydavnytstvo FOP Vyshemyrskyi V. S.

17. Mohammadi, B., & Pironneau, O. (1994). *Analysis of the K-Epsilon turbulence model*. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons.

Rusanov S. A., Kliuiev O. I., Shyltsin Ya. V., Drozdov M. S. SPECIFICS OF MATHEMATICAL AND COMPUTATIONAL MODELING OF CAR AERODYNAMICS WITH A REAR WING

This article explores the specifics of mathematical and computational modeling of automotive aerodynamics involving a rear wing. The main focus is on assessing the degree to which the aerodynamic effects of the rear wing and the vehicle body can be considered additive when analyzed separately. Due to the inherent nonlinearity of the Navier–Stokes equations, and even more so with the inclusion of turbulence modeling equations, complete additivity is theoretically unattainable. Nevertheless, this question remains practically important, particularly given that rear wings are often sold as aftermarket aerodynamic components with manufacturer-quoted downforce values derived from simulations or tests performed in isolation from the vehicle.

To investigate this issue, a series of numerical experiments were conducted using CFD techniques that replicate wind tunnel testing conditions. The simulations addressed an external flow problem using the k-ε turbulence model. Three configurations were modeled and compared: the vehicle without the rear wing, the standalone rear wing in free stream, and the complete vehicle with the rear wing installed.

The results show that the downforce generated by the wing when mounted on the vehicle is greater than that produced by the same wing in an isolated flow. Similarly, the aerodynamic drag of the rear wing increases when it is installed on the car. These differences arise due to modifications in the flow field caused by the presence of the vehicle body. Specifically, the airflow velocity approaching the wing is higher when the wing is mounted on the vehicle than under free stream conditions. Additionally, significant vortex structures are formed in the space between the wing and the vehicle body, which contribute to a localized pressure drop behind the wing and in this intermediate region. This intensified vortex activity results in greater aerodynamic forces compared to those observed in the isolated case.

Key words: aerodynamics; turbulence; car; wing; downforce.

© Русанов С. А., Ключев О. И., Шильцин Я. В., Дроздов М. С.

Статтю прийнято до редакції 09.06.2025